Cálculo II **Lista 01** , 17 de agosto de 2010
Assunto: **Derivadas** tarcisio.praciano@gmail.com
T. Praciano-Pereira **Dep. de Computação - UeVA**

alun@:

www.multivariado.sobralmatematica.org
Documento produzido com LaTeX sis. op. Debian/Gnu/Linux

Data da entrega da lista: dia 23 de Agosto, segunda-feira.

0.0.1 Objetivo

O plano tangente (generaliza a reta tangente) ao gráfico de uma função de várias variáveis. Uma função multivariada tem uma matriz de coeficientes angulares instantâneos (que não é única, depende de um referêncial). Os programas

`exer01_04a.gnuplot`, `exer01_05c.calc` podem ser usados para resolver questões desta lista.

Palavras chave derivada parcial, equações paramétricas, função multivariada, plano tangente, superfície, vetor normal.

0.1 Exercícios

1. Equação da reta no espaço 3D

   (a) (V)[ ](F)[ ] Um vetor paralelo ao segmento de reta determinado pelos pontos $P_1 = (1, 2, 3), P_2 = (4, 3, 2)$ é

   $$P_1 - P_2 = (3, 2, 0)$$

   (b) (V)[ ](F)[ ] Um vetor paralelo ao segmento de reta determinado pelos pontos $P_1 = (1, 2, 3), P_2 = (4, 3, 2)$ é

   $$P_1 - P_2 = (3, 1, -1)$$

   (c) (V)[ ](F)[ ] Uma reta, no espaço, é o conjunto dos pontos (vetores) que são múltiplos de um vetor dado.

   (d) (V)[ ](F)[ ] Uma reta, no espaço, passando na origem, é o conjunto dos pontos (vetores) que são múltiplos de um vetor dado.

   (e) (V)[ ](F)[ ] Uma reta, no espaço passando por dois pontos P_1, P_2 dados, é o conjunto dos pontos (vetores) X que são múltiplos do vetor diferença $P_1 - P_2$.

2. Equação da reta no espaço 3D

   (a) (V)[ ](F)[ ] Uma reta, no espaço 3D é a interseção de duas superfícies e esta é uma forma de determinação da equação da reta no espaço.

   (b) (V)[ ](F)[ ] Uma reta, no espaço 3D é a interseção de dois planos e esta é uma forma de determinação da equação da reta no espaço.

   (c) (V)[ ](F)[ ] Uma reta, no espaço 3D, é o conjunto dos vetores múltiplos de um vetor diferença dado, translatados para um dos pontos, $P2 + t(P_1 - P_2)$ isto produz as suas equações paramêtricas.

   (d) (V)[ ](F)[ ] As equações paramétricas da reta que passa nos pontos

   $$P_1 = (-3, 2, -4), P_2 = (4, 3, 2);$$

   são

   $$x = -3 + t(4 + 3); \quad (1)$$
   $$y = 2 + t(3 - 2); \quad (2)$$
   $$z = -4 + t(2 + 4); \quad (3)$$
   $$t \in \mathbf{R} \quad (4)$$

   (e) (V)[ ](F)[ ]As equações paramétricas da reta que passa nos pontos

   $$P_1 = (a, b, c), P_2 = (p, q, r);$$

   são

   $$x = a + t(a - p); \quad (5)$$
   $$y = b + t(b - q); \quad (6)$$
   $$z = c + t(c - r); \quad (7)$$
   $$t \in \mathbf{R} \quad (8)$$

3. Equação do plano

   (a) (V)[ ](F)[ ] Plano é o lugar geométrico dos pontos do espaço perpendiculares a um vetor dado, determinado por um ponto.

   (b) (V)[ ](F)[ ] A equação do plano parelelo ao plano XOY passando por $P = (1, 2, 3)$ é $z = 3$.

   (c) (V)[ ](F)[ ] A expressão

   $$A(x - a) + B(y - b) + C(z - c) + D$$

   é a equação de uma plano no espaço 3D.

   (d) (V)[ ](F)[ ] A expressão

   $$A(x - a) + B(y - b) + C(z - c) + D$$

   é a equação de uma plano no espaço 3D, perpendicular ao vetor

   $$(A, B, C);$$

(e) (V)[ ](F)[ ] A expressão

$$A(x-a)+B(y-b)+C(z-c)+D$$

é a equação de uma plano no espaço 3D, paralelo ao vetor

$$(A,B,C);$$

4. Equação do plano

(a) (V)[ ](F)[ ] A equação do plano que passa pelos pontos $(1,1,1),(1,2,3),(3,-2,3)$. é

$$8x+4y-2z=0;$$

(b) (V)[ ](F)[ ] A equação do plano que passa pelos pontos $(1,1,1),(1,2,3),(3,-2,3)$. é

$$8(x-1)+4(y-1)-2(z-1)=0;$$

(c) (V)[ ](F)[ ] Considere a equação do plano que passa no ponto $P=(a,b,c)$

$$A(x-a)+B(y-b)+C(z-c)=0;$$

A forma de obter o seu gráfico com `gnuplot` consiste em definir a função

$$f(x,y)=c-\frac{A}{C}(x-a)-\frac{B}{C}(y-b)$$

e usar o comando `splot` com esta função.

(d) (V)[ ](F)[ ] Considere a equação do plano que passa no ponto $P=(a,b,c)$

$$A(x-a)+B(y-b)+C(z-c)=0;$$

Explicitando a variável z se obtém a função bivariada

$$F(x,y)=c+\frac{A}{C}(x-a)+\frac{B}{C}(y-b)$$

(e) (V)[ ](F)[ ]Considere a equação do plano que passa no ponto $P=(a,b,c)$

$$A(x-a)+B(y-b)+C(z-c)=0;$$

Explicitando a variável z se obtém a função bivariada

$$F(x,y)=c-\frac{A}{C}(x-a)-\frac{B}{C}(y-b)$$

cujas derivadas parciais são

$$\frac{\partial F}{\partial x}=-\frac{A}{C};\frac{\partial F}{\partial y}=-\frac{B}{C}$$

5. Equação do plano tangente Nesta questão, $z=F(x,y)$ é uma função cujas derivadas parciais existem e são funções contínuas em um certo domínio do plano.

(a) (V)[ ](F)[ ] A equação do plano tangente ao gráfico de

$$z=F(x,y)$$

no ponto $(a,b,F(a,b))$ é

$$z-c=\frac{\partial F}{\partial x}(x-a)+\frac{\partial F}{\partial y}(y-b);$$

(b) (V)[ ](F)[ ] A equação do plano tangente ao gráfico de

$$z=F(x,y)$$

no ponto $(a,b,F(a,b))$ é

$$z-F(a,b)=-\frac{\partial F}{\partial x}(x-a)-\frac{\partial F}{\partial y}(y-b);$$

(c) (V)[ ](F)[ ] A equação do plano tangente ao gráfico da função

$$z=F(x,y)=\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2};$$

no ponto $(a,b,f(a,b))$ para $(a,b)=(1,1)$ é

$$z=-(x-1)+(y-1)$$

(d) (V)[ ](F)[ ] A equação do plano tangente ao gráfico da função

$$z=F(x,y)=\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2};$$

no ponto $(a,b,f(a,b))$ para $(a,b)=(1,1)$ é

$$z-(x-1)+(y-1)=0$$

(e) (V)[ ](F)[ ] A equação do plano tangente ao gráfico da função

$$z=F(x,y)=x^2-3xy+y^2$$

no ponto $(a,b,f(a,b))$ para $(a,b)=(-1,1)$ é

$$z-5+5(x+1)-5(y-1)=0$$