Disciplina **Lista zero**, 4 de agosto de 2010
revisão **tarcisio.praciano@gmail.com**
prof. T. Praciano-Pereira **Dep. de Computação** UeVA

alun@:

www.multivariado.sobralmatematica.org
Documento produzido com LaTeX sis. op. Debian/Gnu/Linux

Esta lista não vai ser corrigida, é uma lista de revisão, mas **deve** ser entregue, até mesmo para testar os métodos.

Data da entrega da lista: dia 16 de Agosto, segunda-feira.

0.0.1 Objetivo

Rever tópicos de Cálculo I e Geometria Analítica. Seja crític@

Palavras chave derivada, desenvolvimento limitado. funções ortogonais, média, média integral, polinômio de Taylor, programação, soma de Riemann, teorema fundamental do Cálculo, valor aproximado da integral,

Definição 1 (Espaço de funções) *Produto Escalar*

Se f, g forem funções integráveis no intervalo $[a, b]$ definimos o produto escalar entre elas por

$$\int_a^b f(x)g(x)dx$$

0.1 Exercícios

1. Geometria Desenhe os vetores para apoiar a sua intuição.

   (a) (V)[ ](F)[ ] O produto escalar entre os vetores $u = (2, 4),\ v = (-4, 2)$ é zero e isto significa que eles são perpendiculares.

   (b) (V)[ ](F)[ ] O módulo do vetor $u = (-2, -4)$ é igual ao módulo do vetor $v = (3, 2)$ o que significa que ambos pertencem ao mesmo círculo de centro na origem e raio r.

   (c) (V)[ ](F)[ ] O módulo do vetor $u = (3, -4)$ é igual ao módulo do vetor $v = (-4, 3)$ o que significa que ambos pertencem ao mesmo círculo de centro na origem e raio 5.

   (d) (V)[ ](F)[ ] $x^2 + y^2 = 5^2$ é o conjunto dos vetores

   $$\{(x, y) \in \mathbf{R}^2;\ |(x, y)| = 5\}$$

   (e) (V)[ ](F)[ ] O ângulo entre os vetores $u = (2, 4, -3)$ e $v = (-4, 2)$ é $\frac{\pi}{4}$

2. Integral e derivada

   (a) (V)[ ](F)[ ] Dado uma função F qualquer, $\int_a^b F(x)dx$ é um número positivo que representa a área do gráfico de F.

   (b) (V)[ ](F)[ ] A função $f(x) = \frac{1}{x}$ é uma função sempre positiva e $\int_{-3}^{3} f(x)dx$ é a área delimitada pelo gráfico de f, pelo eixo OX, entre os pontos -3 e 3.

   (c) (V)[ ](F)[ ] A função $f(x) = (x - 3) * (x + 4)$ é sempre crescente e sua derivada é $f'(x) = x - 3 + x + 4$.

   (d) (V)[ ](F)[ ] A função $f(x) = (x - 3) * (x + 4)$ nem sempre é crescente e sua derivada é $f'(x) = x - 3 + x + 4$. No intervalo $[0.5, \infty)$ esta função é crescente.

   (e) (V)[ ](F)[ ] $\int_1^{10} \frac{1}{x}dx = ln(10)$

3. Integral

   (a) (V)[ ](F)[ ] $\int_0^a x^2dx = \frac{x^3}{3}|_0^a = \frac{a^3}{3}$

   (b) (V)[ ](F)[ ] $\int_0^a \sin(x)dx = cos(a)$

   (c) (V)[ ](F)[ ] $\int_0^a \sin(x)dx = cos(a) - 1$

   (d) (V)[ ](F)[ ] $\int_a^b x\sin(x)dx = x\cos(x)|_a^b - \int_a^b \cos(x)dx$

   (e) (V)[ ](F)[ ] $\int_a^b x\sin(x)dx = -x\cos(x)|_a^b + \int_a^b \cos(x)dx$

4. Derivadas

   (a) (V)[ ](F)[ ] Se $f(x) = x^2\sin(x^3)$ então $f'(x) = 2x\sin(2x) + x^2\cos(x^2)$

   (b) (V)[ ](F)[ ] Se $f(x) = x^2\sin(x^3)$ então $f'(x) = 2x\sin(x^2) + 2x^3\cos(x^2)$

   (c) (V)[ ](F)[ ] Se $f(x) = tg(x)$ então $f'(x) = \frac{1}{\sin^2(x)}$

   (d) (V)[ ](F)[ ] Se $f(x) = tg(x)$ então $f'(x) = \frac{1}{\cos^2(x)} = \sec^2(x)$

   (e) (V)[ ](F)[ ] Se $f(x) = ln(\sin(x))$ então $f'(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)} = cotg(x)$

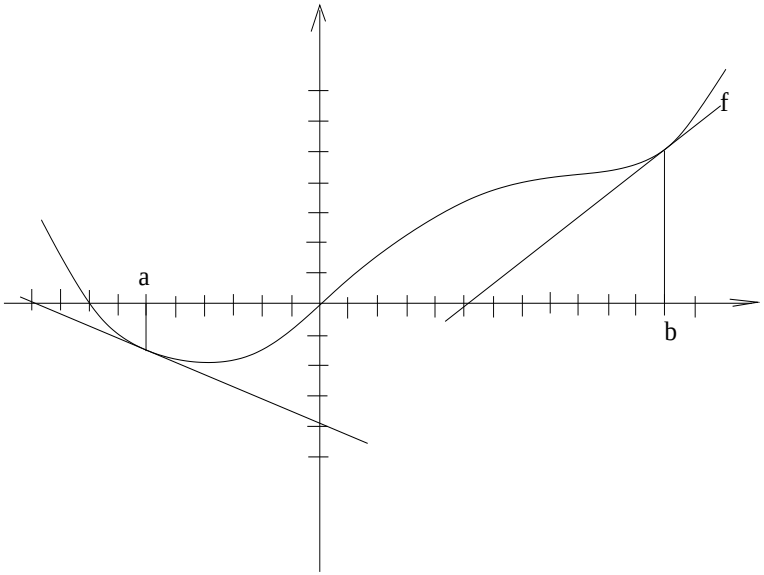

Figura 1: $graf(f)$ com retas tangentes

5. Signficado geométrico da derivada A função f tem seu o gráfico na figura (1).

   (a) (V)[ ](F)[ ] O coeficiente angular instantâneo de f no ponto $(a, f(a))$ é $f'(a)$, um número negativo e isto significa que o gráfico de f passa no ponto $(a, f(a))$ "decrescendo".

   (b) (V)[ ](F)[ ] O coeficiente angular instantâneo de f no ponto $(b, f(b))$ é $f'(b)$, um número positivo o que significa que o gráfico de f passa no ponto $(b, f(b))$ "crescendo".

   (c) (V)[ ](F)[ ] O coeficiente angular instantâneo de f no ponto $(0, f(0))$ é $f'(0)$ é um número positivo.

   (d) (V)[ ](F)[ ] Considerando que as marcas que aparecem nos eixos, na figura (1), representem os inteiros, é possível concluir que $\int_a^b f(x)dx$ é positiva.

   (e) (V)[ ](F)[ ] Considerando que as marcas que aparecem nos eixos, na figura (1), representem os inteiros, é possível concluir que $\int_a^b f(x)dx$ é negativa.

6. Binômio de Newton

   (a) (V)[ ](F)[ ]
$$(p+q)^3 = p^2 + 2pq + q^3$$

   (b) (V)[ ](F)[ ]
$$(p-q)^3 = p^3 - 3p^2q + 3pq^2 - q^3$$

   (c) (V)[ ](F)[ ]
$$(p+q)^3 = p^3 + 3p^2q + 3pq^2 + q^3$$

   (d) (V)[ ](F)[ ] Os coeficientes do binômio de Newton são retirados das linhas do Triângulo de Pascal

1	-> $(p+q)^0$							
1	1	-> $(p+q)^1$						
1	2	1	-> $(p+q)^2$					
1	3	3	1	-> $(p+q)^3$				
1	4	6	4	1	-> $(p+q)^4$			
1	5	10	10	5	1	-> $(p+q)^5$		
1	6	15	20	15	6	1	-> $(p+q)^6$	
1	7	21	35	35	21	7	1	-> $(p+q)^7$

   (e) (V)[ ](F)[ ]
$$(p+q)^4 = p^4 + 4p^3q + 6p^2q^2 + 4q^4;$$

7. Derivada e integral

   (a) (V)[ ](F)[ ]Se $f(x) = (x+3)(3-x)(x+2)$ então
$$f'(x) = (3-x)(x+2) + (x+3)(x+2) + (x+3)(3-x)$$

   (b) (V)[ ](F)[ ] Se $f(x) = (x-3)(x-2)(x+4)$ então
$$f'(x) = (x-3)(x-2) + (x-3)(x+4) + (x-2)(x+4)$$

   (c) (V)[ ](F)[ ] Se $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$ e u, v forem funções deriváveis, então $f'(x) = \frac{u(x)v'(x) - u'(x)v(x)}{v(x)v(x)}$

   (d) (V)[ ](F)[ ] Se $f(x) = \sin(u(x))$ e $u(x)$ for uma função derivável, então $f'(x) = \cos(u(x))u'(x)$.

   (e) (V)[ ](F)[ ] Se $u(x)$ for uma função diferenciável e sobrejetiva definida no intervalo $[a, b]$ com valores no intervalo $[c, d]$ então é possível mudar a variável na integral $\int_c^d f(x)dx$ para obter $\int_a^b f(u(t))u'(t)dt$